

## La matriz de dispersión $[S]$ (Scattering Matrix)

En las secciones anteriores se tenía una descripción en términos de impedancia de circuitos de microondas, que en realidad es una abstracción ya que no se pueden medir voltajes, impedancias y corrientes a frecuencias de microondas. Estos se observan como secundarios o derivados. Lo que sí se puede medir utilizando una pequeña sonda para tomar una muestra de fuerza de campo relativo son ROE (relación de onda estacionaria), ubicación de posiciones de máximo y mínimo y potencia. Los dos primeros conducen al conocimiento del coeficiente de reflexión. La potencia se mide sólo si se requiere la potencia absoluta. Otro parámetro que se puede medir directamente es el coeficiente de transmisión a través de una red o circuito, es decir las amplitudes y fases de de las ondas reflejadas o dispersas de la red relativas a las amplitudes y fases de las ondas incidentes. Por la linealidad de las ecuaciones de campo es un hecho de que la mayoría de los componentes de microondas, las amplitudes de las ondas dispersas son linealmente relacionados con las amplitudes de las ondas incidentes. La matriz que describe esta relación lineal es la matriz de dispersión (scattering matrix)  $[S]$ .

Para una juntura de N-puertos, si una onda con voltaje equivalente asociado  $V_1^+$  se incide en el plano de referencia (plano terminal)  $t_1$ , una onda  $S_{11}V_1^+$  se produce en la línea 1, donde  $S_{11}$  es la coeficiente de reflexión o coeficiente de dispersión para la línea 1 debido a una onda incidente en la línea 1. También existen ondas transmitidas o dispersas a las otras líneas de la red y ellas tendrán sus amplitudes proporcional a  $V_1^+$ . Estas amplitudes podrán expresarse como

$$V_n^- = S_{n1}V_1^+, \quad n=2, 3, \dots, N \quad (1)$$

Aquí  $S_{n1}$  es un coeficiente de transmisión ‘a’ la línea  $n$  desde la línea 1. Cuando las ondas se inciden en todas las líneas, la onda dispersa en cada línea tendrá contribuciones de todas las ondas incidentes en todas las líneas. Entonces se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\Rightarrow [V^-] = [S][V^+] \quad (3)$$

Cuando se trabaja con la descripción de la matriz de dispersión de una red es conveniente escoger todos los voltajes equivalentes (y corrientes que no entran explícitamente) de manera que la potencia transmitida sea  $\frac{1}{2}|V_n^+|^2$  para todos los valores de  $n$ . Esto corresponde a escoger la impedancia característica equivalente igual a 1. (Claro está, cualquier valor además de 1 se puede escoger, pero la condición es que cada línea tenga la misma impedancia característica para que la potencia sea proporcional a  $|V_n^+|^2$ ). La razón principal de hacer eso es para conseguir una matriz de dispersión simétrica para estructuras recíprocas. Si esta normalización no se realiza, entonces a causa de los diferentes niveles de impedancia en diferentes líneas, la matriz no puede ser simétrica. Con la normalización dada arriba,  $V = V^+ + V^-$  y  $I = I^+ + I^- = V^+ - V^- \Rightarrow V^+ = \frac{1}{2}(V + I) \Rightarrow V^- = \frac{1}{2}(V - I)$ .

Entonces las nuevas variables  $V^+, V^-$  son combinaciones lineales de  $V, I$  en la descripción en términos de impedancia. Por tal motivo las corrientes no entran en la formulación de la matriz de dispersión. Si se necesita la corriente se puede obtener de  $I = V^+ - V^-$ .

Para una juntura recíproca, la matriz de dispersión es simétrica  $S_{nm} = S_{mn}$  siempre y cuando se escogen los valores de manera que la potencia sea  $\frac{1}{2}|V_n^+|^2$  para todos los modos, y es equivalente a escoger las impedancias características equivalentes igual a 1.